क्रियाकलाप 75

उद्देश्य

विभिन्न प्रकार के प्रिज़्म और पिरामिड बनाना तथा ऑयलर के सूत्र का सत्यापन करना।

आवश्यक सामग्री

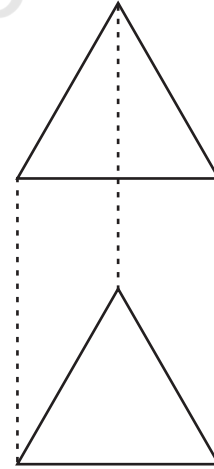
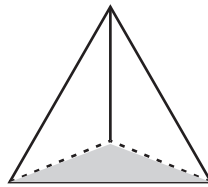
मोटी ड्रॉइंग शीट, पेंसिल, रंग, गोंद, कैंची, सफ़ेद शीट, सेलोटेप।

रचना की विधि

प्रिज़्म

1. एक मोटी शीट पर भुजा a (मान लीजिए 5 cm) का एक समबाहु त्रिभुज खींचिए।
2. इसे काटकर निकाल लीजिए तथा मोटी शीट पर ही इसकी प्रतिलिपि बना लीजिए।
3. मोटी शीट का ही प्रयोग करते हुए, ऐसे तीन सर्वांगसम आयत बनाइए, जिनकी चौड़ाई समबाहु त्रिभुज की भुजा की लंबाई के बराबर हों तथा लंबाई b (मान लीजिए 8 cm) हो।
4. इन त्रिभुजों और आयतों को सेलोटेप की सहायता से व्यवस्थित और जोड़ कर आकृति 1 में दर्शाए अनुसार एक ठोस प्राप्त कीजिए।

आकृति 1

5. मोटी शीट का प्रयोग करते हुए, भुजा a वाले समबाहु त्रिभुज के चार कट आउट बनाइए।
6. इन त्रिभुजों को व्यवस्थित करके आकृति 2 में दर्शाए अनुसार एक ठोस प्राप्त कीजिए।

आकृति 2

प्रदर्शन

1. आकृति 1 में प्राप्त ठोस त्रिभुज के आधार का एक प्रिज़्म है। यह त्रिभुजाकार प्रिज़्म है।
2. आकृति 2 में प्राप्त ठोस त्रिभुज के आधार का एक पिरामिड है। यह त्रिभुजाकार पिरामिड है।
3. इसी प्रकार, आप एक वर्गाकार, पंचभुजाकार या समषड्भुजाकार प्रिज़्म क्रमशः आधार और ऊपरी सिरा समपंचभुज या समषड्भुज लेकर बना सकते हैं।
4. इसी प्रकार, आप वर्ग, पंचभुज और षड्भुज आधार वाले पिरामिड बना सकते हैं।
5. प्रिज़्म (आकृति 1) में,

   फलकों की संख्या (F) = 5, शीर्षों की संख्या (V) = 6, किनारों की संख्या (E) = 9

   इस प्रकार, F + V – E = 5 + 6 + – 9 = 2 है।
6. पिरामिड (आकृति 2) में,

   फलकों की संख्या (F) = 4, शीर्षों की संख्या (V) = 4, किनारों की संख्या (E) = 6

   इस प्रकार, F + V – E = 4 + 4 + – 6 = 2 है।

   अतः, प्रिज़्म और पिरामिड दोनों के लिए, ऑयलर का सूत्र सत्यापित हुआ।

प्रेक्षण

प्रिज़्म

आधार	फलकों की संख्या (F)	किनारों की संख्या (E)	शीर्षों संख्या (V)	F + V – E =
त्रिभुज	5	___	___	2
वर्ग	___	___	___	___
समपंचभुज	___	___	___	___
समषड्भुज	___	___	___	___

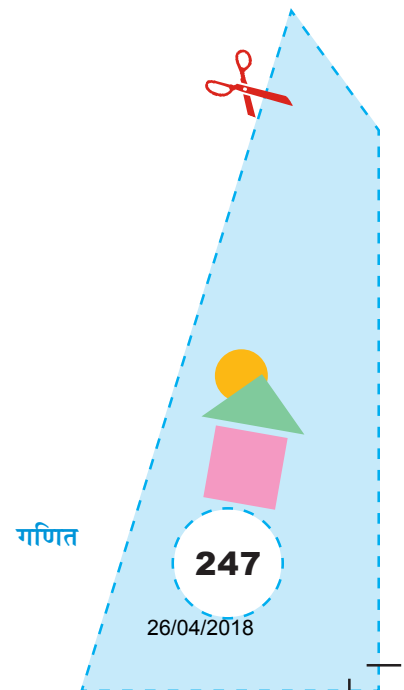
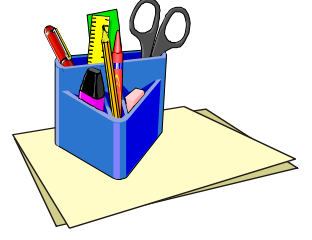
पिरॅमिड

आधार	फलकों की संख्या (F)	किनारों की संख्या (E)	शीर्षों संख्या (V)	F + V – E =
त्रिभुज	4	___	___	2
वर्ग	___	___	___	___
समपंचभुज	___	___	___	___
समषड्भुज	___	___	___	___

अत:, प्रत्येक स्थिति में F + V – E = ______है।

अनुप्रयोग

यह क्रियाकलाप प्रिज़्म और पिरामिडों की रचनाओं को स्पष्ट करने तथा उनके फलक, किनारे और शीर्षों की पहचान करने में उपयोग किया जा सकता है।

क्रियाकलाप 76

उद्देश्य

बीजीय सर्वसमिका $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ को सत्यापित करना।

आवश्यक सामग्री

ड्रॉइंग शीट, कार्डबोर्ड, गोंद, रंगीन कागज़, कटर, रूलर।

रचना की विधि

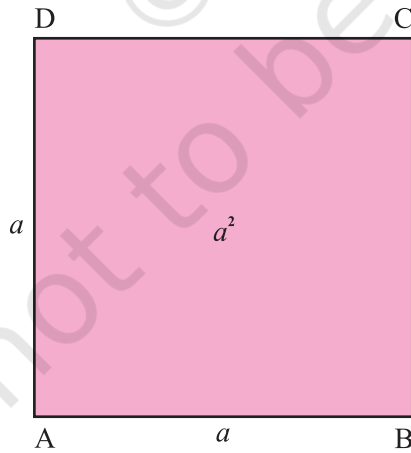
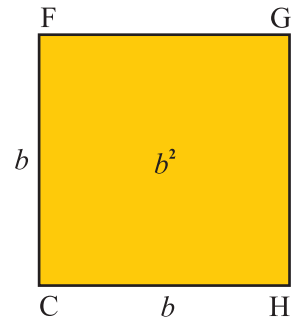
1. एक ड्रॉइंग शीट/कार्डबोर्ड में से एक वर्ग a इकाई लंबाई का काट लीजिए तथा इसे वर्ग ABCD से नामांकित कीजिए (देखिए आकृति 1)।

2. ड्रॉइंग शीट/कार्डबोर्ड में से एक अन्य वर्ग लंबाई b इकाई को काट लीजिए तथा इसे वर्ग CHGF से नामांकित कीजिए (देखिए आकृति 2)।

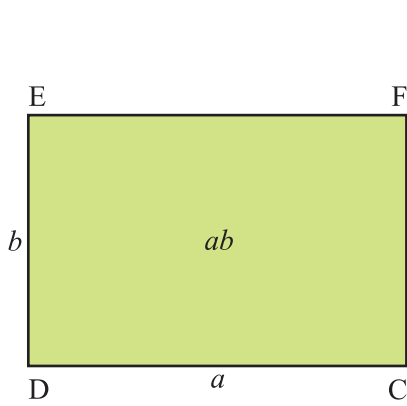
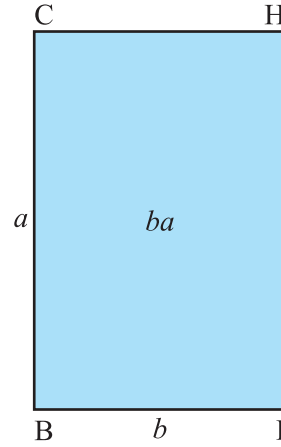
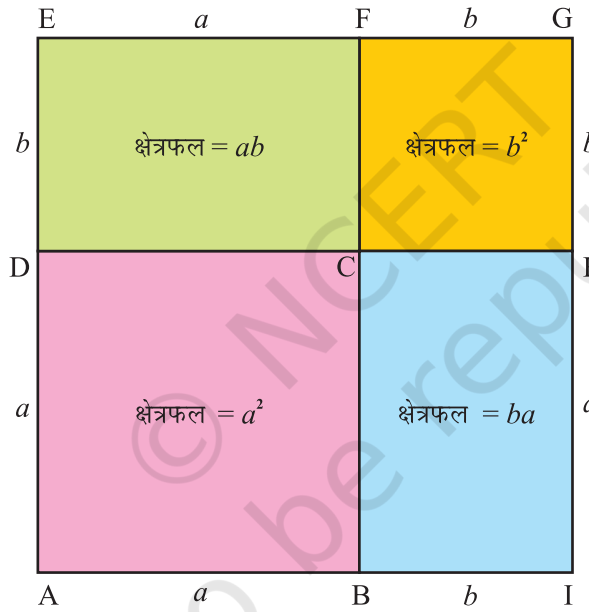
आकृति 1

F G

b b^2

C b H

आकृति 2

3. ड्रॉइंग शीट/कार्डबोर्ड में से लंबाई a इकाई और चौड़ाई b इकाई का एक आयत काट लीजिए तथा इसे आयत DCFE से नामांकित कीजिए (देखिए आकृति 3)।

4. ड्रॉइंग शीट/कार्डबोर्ड में से लंबाई b इकाई और चौड़ाई a इकाई का एक अन्य आयत बनाइए तथा इसे आयत BIHC से नामांकित कीजिए (देखिए आकृति 4)।

आकृति 3

आकृति 4

आकृति 5

प्रदर्शन

1. आकृति 5 में दर्शाए अनुसार चारों चतुर्भुजों को व्यवस्थित कीजिए।
2. इन चारों कट आउट आकृतियों का कुल क्षेत्रफल = वर्ग ABCD का क्षेत्रफल + वर्ग CHGF का क्षेत्रफल + आयत DCFE का क्षेत्रफल + आयत BIHC का क्षेत्रफल

$= a^2 + b^2 + ab + ba = a^2 + b^2 + 2ab$

3. स्पष्ट है कि AIGE भुजा $(a + b)$ का एक वर्ग है। अत:, इसका क्षेत्रफल $(a + b)^2$ है।

अत:, बीजीय सर्वसमिका $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

यहाँ क्षेत्रफल वर्ग इकाइयों में हैं।

प्रेक्षण

वास्तविक मापन द्वारा–

a = ...cm, b = ...cm

अत:, $(a + b)$ = ...cm,

a^2 = ... b^2= ...., ab = ...

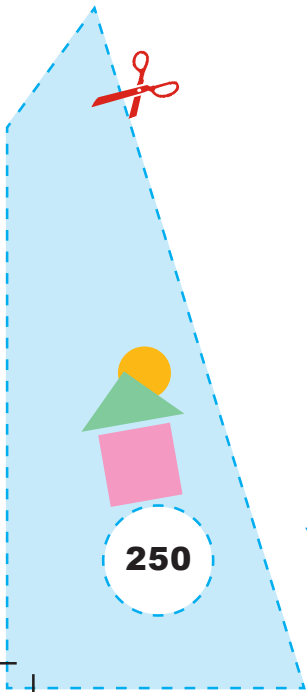
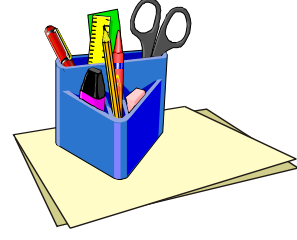
$(a + b)^2$ = ..., $2ab$ = ...

अत:, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

a और b के विभिन्न मानों को लेकर, सर्वसमिका का सत्यापन किया जा सकता है।

अनुप्रयोग

इस सर्वसमिका का निम्नलिखित में प्रयोग किया जा सकता है–

1. किसी संख्या का वर्ग ज्ञात करना, जो दो सुविधाजनक संख्याओं के योग के रूप में व्यक्त हो।
2. कुछ बीजीय व्यंजकों के सरलीकरण और गुणनखंडन।

क्रियाकलाप 7

उद्देश्य

बीजीय सर्वसमिका $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ को सत्यापित करना।

आवश्यक सामग्री

ड्रॉइंग शीट, कार्डबोर्ड, रंगीन कागज़, कटर, रूलर, गोंद।

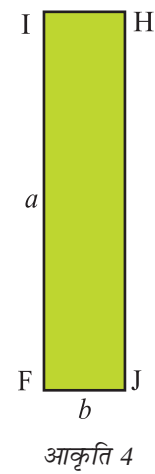
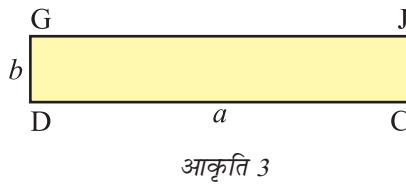
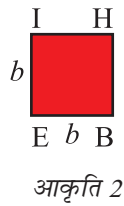
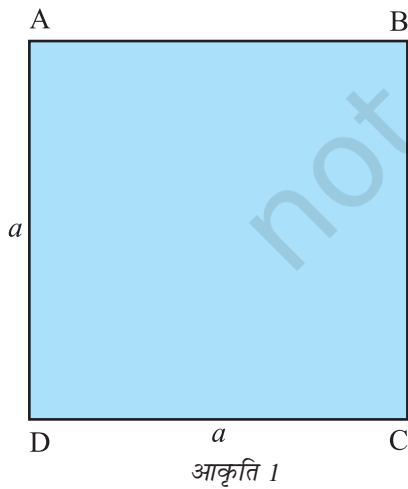
रचना की विधि

1. एक ड्रॉइंग शीट/कार्डबोर्ड में से भुजा a इकाई का एक वर्ग ABCD काट लीजिए (आकृति 1)।
2. ड्रॉइंग शीट/कार्डबोर्ड में से भुजा b इकाई $(b < a)$ का एक वर्ग EBHI काट लीजिए (आकृति 2)।
3. ड्रॉइंग शीट/कार्डबोर्ड में से लंबाई a इकाई और चौड़ाई b इकाई का एक आयत GDCJ काट लीजिए (आकृति 3)।
4. ड्रॉइंग शीट/कार्डबोर्ड में से लंबाई a इकाई और चौड़ाई b इकाई का एक आयत IFJH काट लीजिए (आकृति 4)।

आकृति 1

आकृति 2

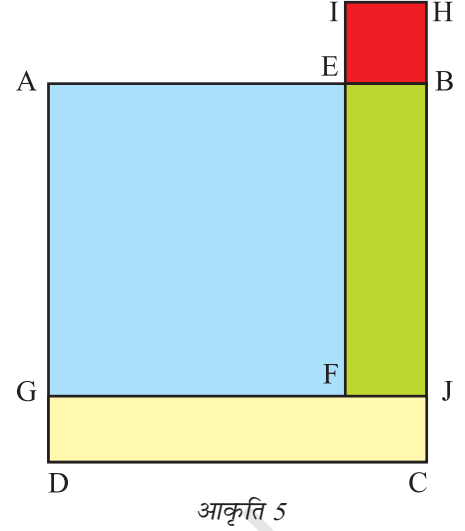
आकृति 3

आकृति 4

प्रदर्शन

आकृति 5

1. उपरोक्त कट आउटों को आकृति 5 में दर्शाए अनुसार व्यवस्थित कीजिए।
2. आकृति 1, 2, 3 और 4 के अनुसार, वर्ग ABCD का क्षेत्रफल = a^2, वर्ग EBHI का क्षेत्रफल = b^2, आयत GDCJ का क्षेत्रफल = ab, और आयत IFJH का क्षेत्रफल = ab है।
3. आकृति 5 से, वर्ग AGFE का क्षेत्रफल = AG × GF = $(a - b)(a - b) = (a - b)^2$
4. अब, वर्ग AGFE का क्षेत्रफल = वर्ग ABCD का क्षेत्रफल + वर्ग EBHI का क्षेत्रफल – आयत IFJH का क्षेत्रफल – आयत GDCJ का क्षेत्रफल

$$= a^2 + b^2 - ab - ab = a^2 - 2ab + b^2$$

अत:, $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

प्रेक्षण

वास्तविक मापन द्वारा–

a = ..., b = ...,

अत:, $(a - b)$ = ...,

a^2 = ..., b^2 = ..., $(a - b)^2$ = ...,

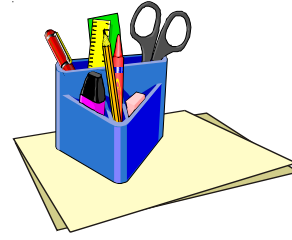
ab = ..., $2ab$ = ...

अत:, $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

अनुप्रयोग

इस सर्वसमिका का उपयोग निम्न में किया जा सकता है–

1. उस संख्या का वर्ग परिकलित करने में जिसे दो सुविधाजनक संख्याओं के अंतर के रूप में व्यक्त किया जा सकता हो।
2. कुछ बीजीय व्यंजकों के सरलीकरण और गुणनखंडन में।

क्रियाकलाप 78

उद्देश्य

बीजीय सर्वसमिका $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ को सत्यापित करना।

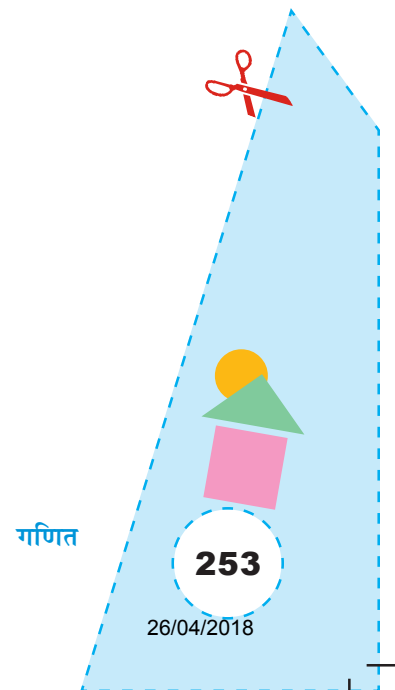
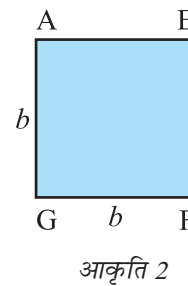
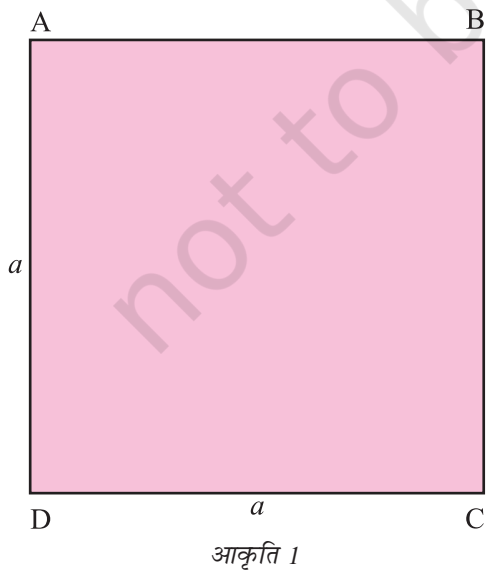
आवश्यक सामग्री

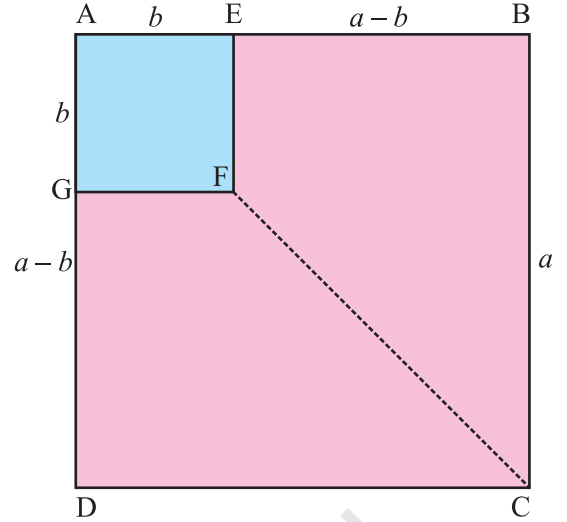
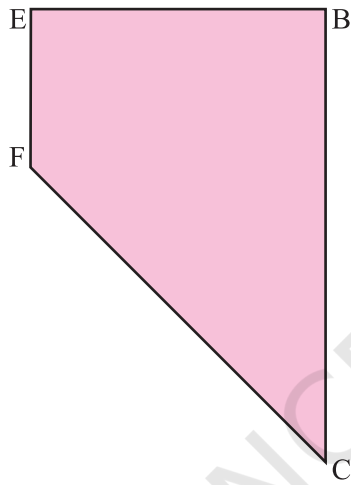
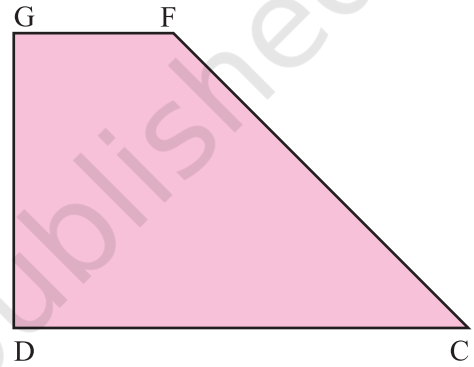
ड्रॉइंग शीट, कार्डबोर्ड, रंगीन कागज़, कैंची, स्केच पेन, रूलर, पारदर्शक शीट।

रचना की विधि

1. सुविधाजनक माप का एक कार्डबोर्ड लीजिए और उस पर एक रंगीन कागज़ चिपकाइए।
2. एक ड्रॉइंग शीट में से भुजा a इकाई का एक वर्ग ABCD काट लीजिए (आकृति 1)।
3. एक अन्य ड्रॉइंग शीट में से भुजा b इकाई $(b < a)$ का एक वर्ग AEFG काट लीजिए (आकृति 2)।

आकृति 1

आकृति 2

4. इन वर्गों को आकृति 3 में दर्शाए अनुसार व्यवस्थित कीजिए।

5. स्केच पेन द्वारा F और C को मिलाइए। एक पारदर्शक शीट का प्रयोग करते हुए, EBCF और GFCD के सर्वांगसम दो समलंब काटिए तथा उन्हें क्रमश: EBCF और GFCD नाम दीजिए (आकृति 4 और आकृति 5)।

आकृति 3

आकृति 4

आकृति 5

प्रदर्शन

1. आकृति 4 और आकृति 5 के समलंबों को आकृति 6 में दर्शाए अनुसार व्यवस्थित कीजिए

2. वर्ग ABCD का क्षेत्रफल = a^2

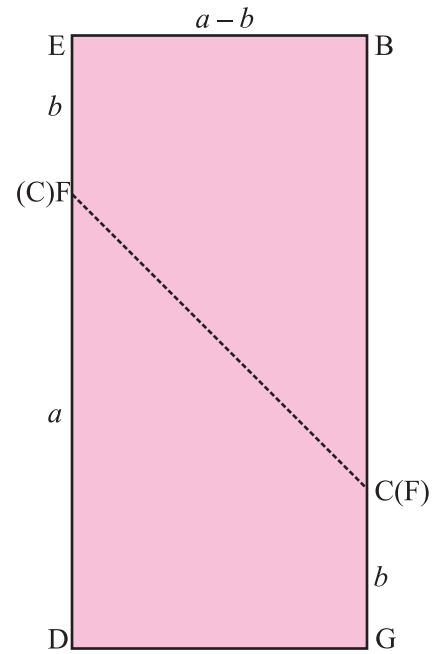
   वर्ग AEFG का क्षेत्रफल = b^2

3. आकृति 3 में,

   वर्ग ABCD का क्षेत्रफल – वर्ग AEFG का क्षेत्रफल

   = समलंब EBCF का क्षेत्रफल + समलंब GFCD का क्षेत्रफल

   = आयत EBGD (आकृति 6) का क्षेत्रफल

   = ED × DG

आकृति 6

इस प्रकार, $a^2 - b^2 = (a + b)$ (a – b)

यहाँ क्षेत्रफल वर्ग इकाई में है।

प्रेक्षण

वास्तविक मापन द्वारा–

a = ..., b = ...,

अतः, $(a + b)$ = ...,

a^2 = ..., b^2 = ..., $(a - b)$ = ...,

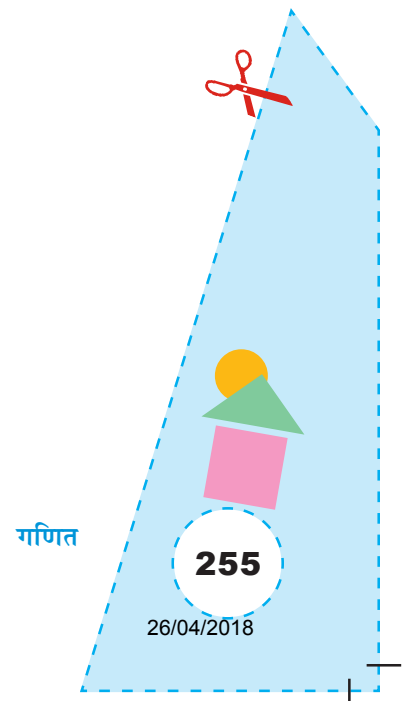
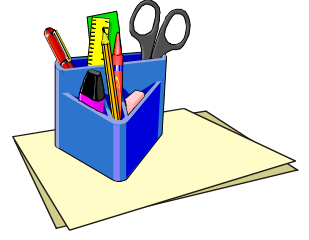
$a^2 - b^2$ = ..., $(a + b)(a - b)$ = ...,

अतः, $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

अनुप्रयोग

इस सर्वसमिका का उपयोग निम्न के मान ज्ञात करने में किया जा सकता है।

1. दो वर्गों का अंतर
2. दो संख्याओं से संबद्ध कुछ गुणनफल
3. इस सर्वसमिका का उपयोग बीजीय व्यंजकों को सरल करने तथा उनका गुणनखंडन करने में किया जा सकता है।

26/04/2018

क्रियाकलाप 79

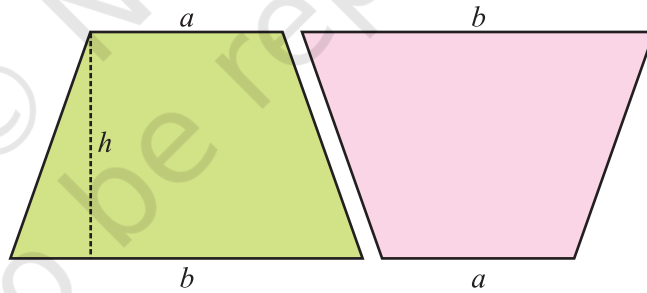
उद्देश्य

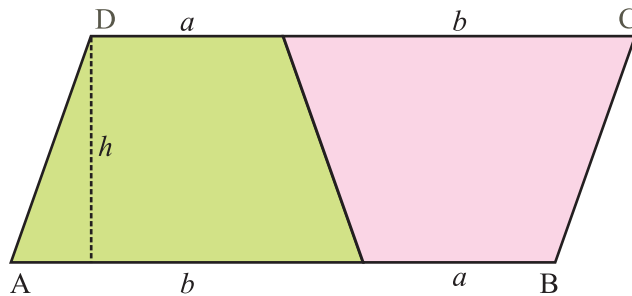
समलंब के क्षेत्रफल के लिए सूत्र प्राप्त करना।

आवश्यक सामग्री

कार्डबोर्ड, रंगीन चमकीले कागज़, गोंद, कैंची।

रचना की विधि

1. एक कार्ड का टुकड़ा लीजिए, जो इस क्रियाकलाप का आधार होगा।
2. एक रंगीन कागज़ पर दो समान समलंब बनाइए जिनकी समांतर भुजाएँ 'a' और 'b' इकाई हैं तथा इन्हें काट लीजिए (आकृति 1)।

आकृति 1

3. आकृति 2 में दर्शाए अनुसार इन्हें कार्डबोर्ड पर रखिए।

आकृति 2

प्रदर्शन

1. दो समलंबों द्वारा बनी आकृति समांतर चतुर्भुज ABCD है। (आकृति 2)

2. समांतर चतुर्भुज की भुजा AB = $(a + b)$ इकाई तथा उसकी संगत ऊँचाई = h इकाई

3. समलंब का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ (समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल) $= \frac{1}{2}(a+b) \times h$

अतः, समलंब का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}(a+b) \times h$

$= \frac{1}{2}$ (समांतर भुजाओं का योग) $\times$ दोनों समांतर भुजाओं के बीच की दूरी

यहाँ क्षेत्रफल वर्ग इकाई में है।

प्रेक्षण

प्रत्यक्ष मापन द्वारा–

a = _________, b = ____________

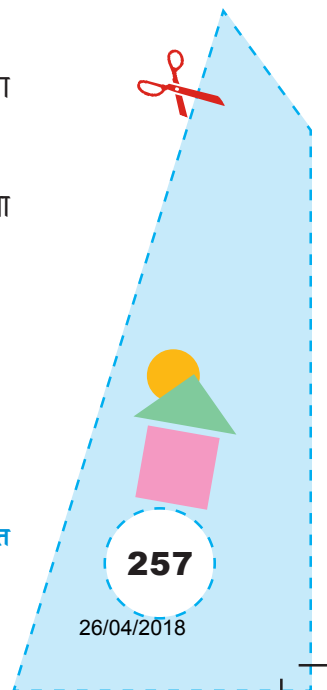
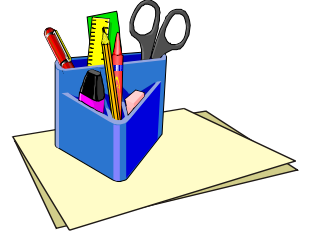
समांतर भुजाओं के बीच की दूरी = h = _________

इसीलिए आकृति 2 में समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = _________

अतः, समलंब का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ (_________ भुजाओं का योग) × _____________

अनुप्रयोग

1. इस क्रियाकलाप का उपयोग ऐसे क्षेत्र का क्षेत्रफल निकालने में उपयोगी है जिसे अलग-अलग समलंबों और समकोण त्रिभुजों में विभाजित किया जा सकता है।

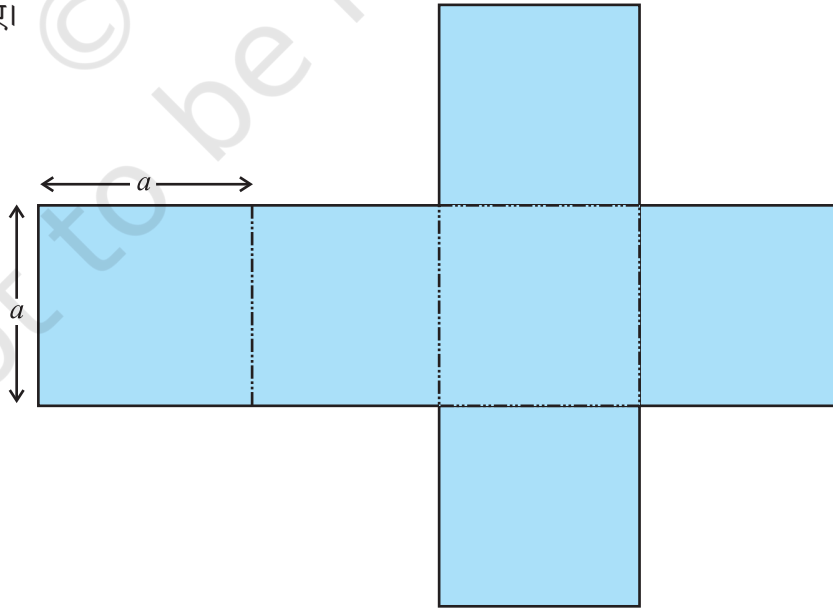
2. इस अवधारणा का उपयोग निर्देशांक ज्यामिति में त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए किया जा सकता है। जो आप उच्च कक्षाओं में पढ़ेंगे।

क्रियाकलाप 80

उद्देश्य

एक घन बनाना तथा उसके पृष्ठीय क्षेत्रफल के लिए सूत्र प्राप्त करना।

आवश्यक सामग्री

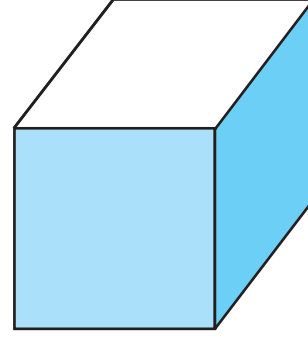
कार्डबोर्ड, रूलर, कटर, सेलोटेप, स्केच पेन, पेंसिल, सफ़ेद कागज़, चार्ट पेपर, गोंद।

रचना की विधि

1. एक सुविधाजनक माप का कार्डबोर्ड लीजिए और उस पर एक सफ़ेद कागज़ चिपकाइए।
2. एक मोटे चार्ट पेपर का प्रयोग करते हुए, आकृति 1 में दर्शाए अनुसार, 6 सर्वसम वर्गों से संबद्ध एक आकार बनाइए, जिनके प्रत्येक वर्ग की भुजा a इकाई हो।
3. इन वर्गों को बिंदुकित रेखाओं के अनुदिश मोड़कर आकृति 2 में दर्शाए अनुसार एक ठोस प्राप्त कीजिए।

आकृति 1

प्रदर्शन

आकृति 2

1. आकृति 2 में प्राप्त ठोस एक घन है। इस घन को कार्डबोर्ड पर रखिए।
2. इस प्रकार प्राप्त घन का प्रत्येक फलक भुजा a का एक वर्ग है। अतः, घन के एक वर्ग का क्षेत्रफल a^2 है।
3. इस प्रकार, भुजा a वाले घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6a^2$ है।

प्रेक्षण

वास्तविक मापन द्वारा

भुजा a की लंबाई = ...

अतः, एक फलक का क्षेत्रफल = a^2 = ...

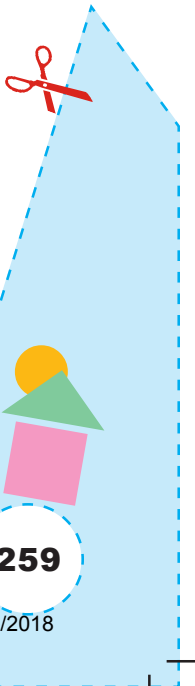
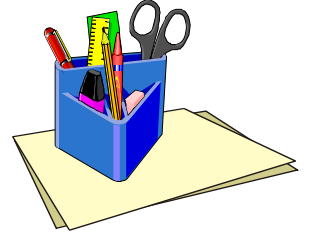
सभी वर्गों के क्षेत्रफल का योग = ... + ... + ... + ... + ... + ...

अतः, घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6a^2$

अनुप्रयोग

इस परिणाम का उपयोग पैकिंग के लिए आवश्यक घनाकार बॉक्स बनाने में प्रयुक्त वाँछित सामग्री का आकलन करने में किया जा सकता है।

टिप्पणी

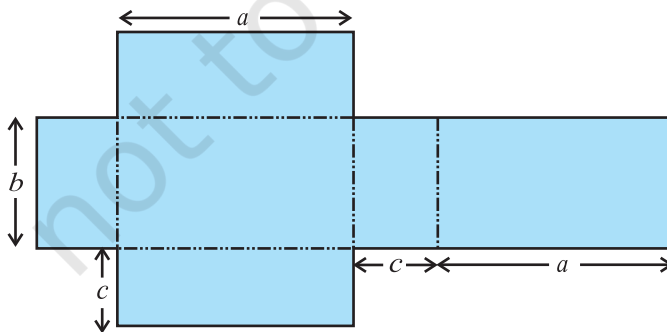
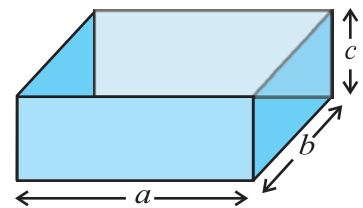
1. आकृति 1 में बना आकार घन का एक जाल कहलाता है।

क्रियाकलाप 81

उद्देश्य

एक घनाभ बनाना तथा उसके पृष्ठीय क्षेत्रफल के लिए सूत्र प्राप्त करना।

आवश्यक सामग्री

कार्डबोर्ड, रूलर, सेलोटेप, कटर, रूलर, स्केच पेन/पेंसिल, सफ़ेद कागज़, चार्ट पेपर, गोंद।

रचना की विधि

1. एक सुविधाजनक माप का कार्डबोर्ड लीजिए और उस पर एक सफ़ेद कागज़ चिपकाइए।
2. एक मोटे चार्ट पेपर का प्रयोग करते हुए, आकृति 1 में दर्शाए अनुसार एक आकार बनाइए, जिसमें विमाओं a इकाई $\times b$ इकाई वाले दो सर्वसमआयत, a इकाई वाले दो सर्वसमआयत संबद्ध हों।
3. इन 6 आयतों को बिंदुकित रेखाओं के अनुदिश मोड़कर आकृति 2 में दर्शाए अनुसार एक ठोस प्राप्त कीजिए।

आकृति 1

आकृति 2

प्रदर्शन

1. आकृति 2 में प्राप्त ठोस एक घनाभ है। इसे एक कार्डबोर्ड पर रखिए।
2. विमाओं a इकाई $\times b$ इकाई वाले एक आयत का क्षेत्रफल = ab वर्ग इकाई
3. विमाओं b इकाई $\times c$ इकाई वाले एक आयत का क्षेत्रफल = bc वर्ग इकाई
4. विमाओं c इकाई $\times a$ इकाई वाले एक आयत का क्षेत्रफल = ac वर्ग इकाई
5. इस प्रकार बने पृष्ठीय क्षेत्रफल

   $= (2 \times ab + 2 \times bc + 2 \times ca) = 2\ (ab + bc + ca)$

प्रेक्षण

वास्तविक मापन द्वारा–

a = ____________, b = ____________, c = ____________,

अतः, ab = ____________, bc = ____________, ca = ____________,

$2ab$ = ____________, $2bc$ = ____________, $2ca$ = ____________

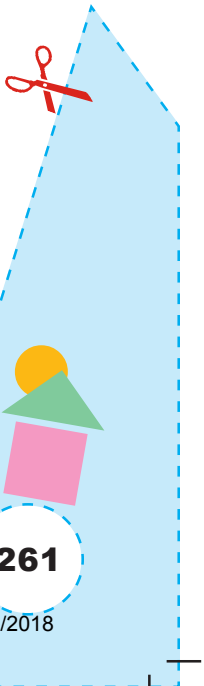
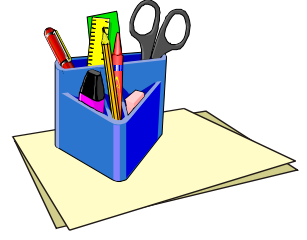
सभी 6 आयतों का क्षेत्रफल = ________

अतः, घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\ (ab + bc + ca)$

अनुप्रयोग

इस परिणाम का उपयोग घनाभाकार बॉक्सों/आलमारियों, इत्यादि बनाने में प्रयुक्त सामग्री का आकलन करने में किया जा सकता है।

टिप्पणी

1. आकृति 1 में दर्शाया गया आकार घनाभ का एक जाल कहलाता है।

क्रियाकलाप 82

उद्देश्य

घनाभ के आयतन के लिए एक सूत्र प्राप्त करना।

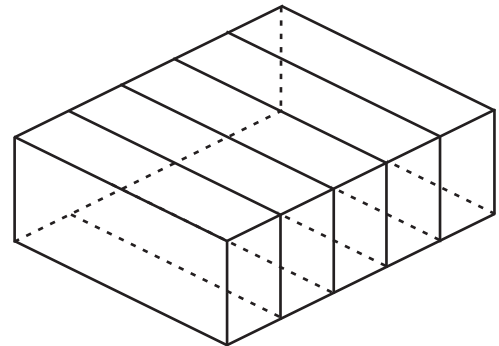
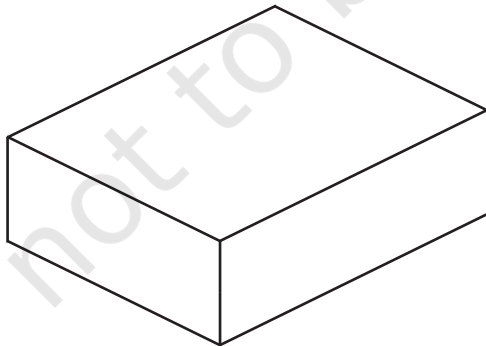
आवश्यक सामग्री

घनाभ का एक जाल, प्लास्टीसीन या मिट्टी, कटर, रूलर, कार्डबोर्ड।

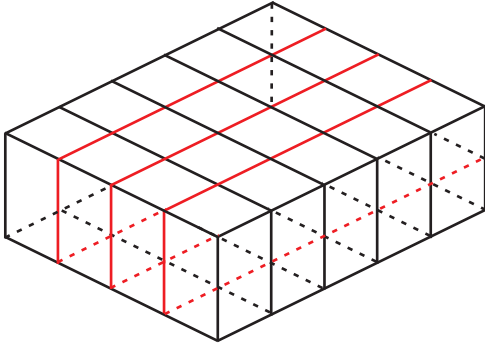
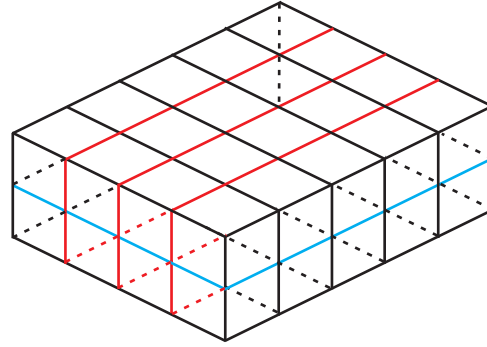
रचना की विधि

1. लंबाई l, चौड़ाई b और ऊँचाई h, (मान लीजिए $l = 5$ इकाई, $b = 4$ और $h = 2$ इकाई) वाले घनाभ का एक जाल लीजिए।

2. इसे मोड़कर एक खुला घनाभ बनाइए। इस घनाभ को मिट्टी/प्लास्टीसीन से भरिए तथा जाल को हटा लीजिए।

3. इस प्रकार बनाए घनाभ को कार्डबोर्ड पर रखिए तथा इसे इसकी लंबाई के अनुदिश, पाँच बराबर टुकडों में काट लीजिए, जैसा आकृति 1 में दर्शाया गया है।

आकृति 1

4. अब इस घनाभ को इसकी चौड़ाई के अनुदिश, आकृति 2 में दर्शाए अनुसार, चार बराबर टुकड़ों में काटिए।

5. अब, घनाभ को इसकी ऊँचाई के अनुदिश, आकृति 3 में दर्शाए अनुसार, दो बराबर टुकड़ों में काटिए।

आकृति 2 *आकृति 3*

प्रदर्शन

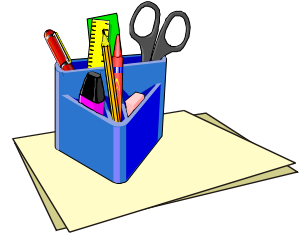
1. घनाभ इकाई लंबाई के घनों (अर्थात् इकाई घनों) में विभाजित हो गया है।
2. इस प्रकार प्राप्त इकाई घनों की संख्या 40 है, जिसे $5 \times 4 \times 2$ के क्रम में व्यक्त किया जा सकता है।
3. घनाभ का आयतन $5 \times 4 \times 2$, अर्थात् $l \times b \times h$ है।
4. इसी प्रकार, विमाओं $2 \times 1 \times 2$ घन इकाई, $3 \times 4 \times 2$ घन इकाई, $5 \times 4 \times 2$ घन इकाई, $5 \times 3 \times 2$ घन इकाई के घनाभ बनाइए तथा उपरोक्त चरणों को दोहराइए।

प्रेक्षण

क्रम संख्या	*l*	*b*	*h*	इकाई घनों की संख्या (आयत)	*l* × *b* × *h* (आयत)
1.	5	4	2	40	5 × 4 × 2
2.	2	1	2	__	__ × __ × __
3.	3	4	2	__	__ × __ × __
4.	5	3	2	__	__ × __ × __

अनुप्रयोग

इस क्रियाकलाप का उपयोग एक घन के आयतन के सूत्र को स्पष्ट करने में किया जा सकता है।

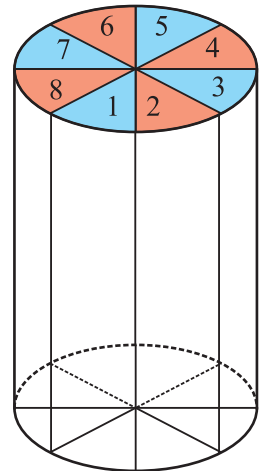
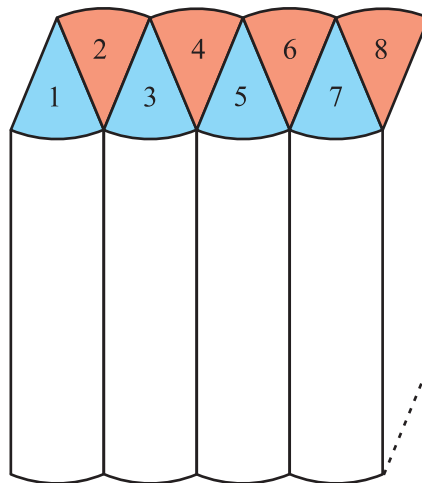
क्रियाकलाप 83

उद्देश्य

एक लंब वृत्तीय बेलन के आयतन के लिए सूत्र प्राप्त करना।

आवश्यक सामग्री

एक बेलनाकार पात्र, कटर, प्लास्टीसीन या मिट्टी, रूलर (पटरी), गत्ते का टुकड़ा, पेन/पेंसिल।

रचना की विधि

1. धातु का एक बेलनाकार पात्र लीजिए, जिसके दोनों सिरे खुले हों। इसकी ऊँचाई मापिए। मान लीजिए यह h है।
2. इसे दृढ़तापूर्वक एक गत्ते पर रखिए तथा इसे प्लास्टीसीन या मिट्टी से भरिए।
3. इस मिट्टी को धीरे से पात्र में से बाहर निकालिए।
4. इस मिट्टी को नीचे आकृति में दर्शाए अनुसार आप जितने भागों में चाहें काट लीजिए तथा इन भागों को संख्याओं 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ... द्वारा अंकित कीजिए (आकृति 1)।
5. इन भागों को आकृति 2 में दर्शाए अनुसार व्यवस्थित कीजिए।

आकृति 1

आकृति 2

प्रदर्शन

आकृति 2 में प्राप्त आकार एक घनाभ जैसा दिखाई देता है।

26/04/2018

घनाभ की लंबाई $= \frac{1}{2}$ बेलन के आधार की परिधि

$= \frac{1}{2} \times (2\pi r) \quad = \pi r$

घनाभ की चौड़ाई = बेलन की त्रिज्या

$= r$

घनाभ की ऊँचाई = बेलन की त्रिज्या

$= h$

घनाभ का आयतन $= l \times b \times h$

$= \pi r \times r \times h$

$= \pi r^2 h$

बेलन का आयतन = घनाभ का आयतन $= \pi r^2 h$

प्रेक्षण

वास्तविक मापन द्वारा–

घनाभ (बेलन) की ऊँचाई = _____ (h)

आधार की त्रिज्या = _____

घनाभ (बेलन) की चौड़ाई = _____ ($= r$)

घनाभ (बेलन) की लंबाई = _____ $= (= \frac{1}{2} \times 2\pi r)$

घनाभ का आयतन $= l \times b \times h$ = _____

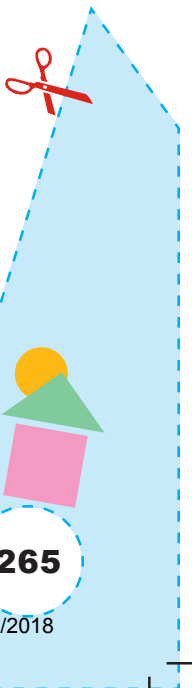
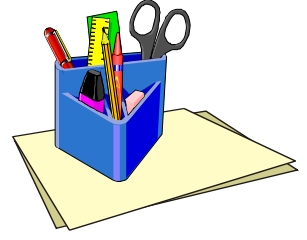
इस प्रकार, बेलन का आयतन = _____

अत:, बेलन का आयतन = घनाभ का आयतन _____

$= \frac{1}{2} \times 2\pi r \times r \times h$ = _____

= _____

अनुप्रयोग

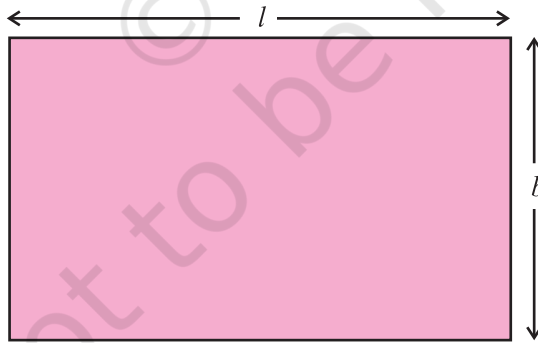
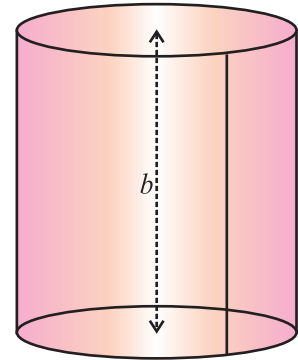
यह क्रियाकलाप विभिन्न बेलनाकार वस्तुओं/बर्तनों के आयतन और धारिताएँ ज्ञात करने में उपयोगी है।

क्रियाकलाप 84

उद्देश्य

एक लंब वृत्तीय बेलन के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल के लिए सूत्र प्राप्त करना।

आवश्यक सामग्री

रंगीन चार्ट पेपर, सेलोटेप, रूलर।

रचना की विधि

1. लंबाई l इकाई और चौड़ाई b इकाई का एक आयताकार चार्ट पेपर लीजिए (आकृति 1)।
2. इस कागज़ को चौड़ाई के अनुदिश मोड़िए तथा दोनों सिरों को सेलोटेप की सहायता से जोड़िए और आकृति 2 में दर्शाए अनुसार एक ठोस प्राप्त कीजिए।

आकृति 1

आकृति 2

प्रदर्शन

1. आकृति 2 में प्राप्त ठोस एक बेलन है।

2. आयताकार कागज़ की लंबाई = l = बेलन के आधार की परिधि = $2\pi r$, जहाँ r बेलन के आधार की त्रिज्या है।

3. आयताकार कागज़ की चौड़ाई = l = बेलन की ऊँचाई (h)

4. बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = आयत का क्षेत्रफल

$$= l \times b = 2\pi r \times h = 2\pi rh \text{ वर्ग इकाई}$$

प्रेक्षण

वास्तविक मापन द्वारा–

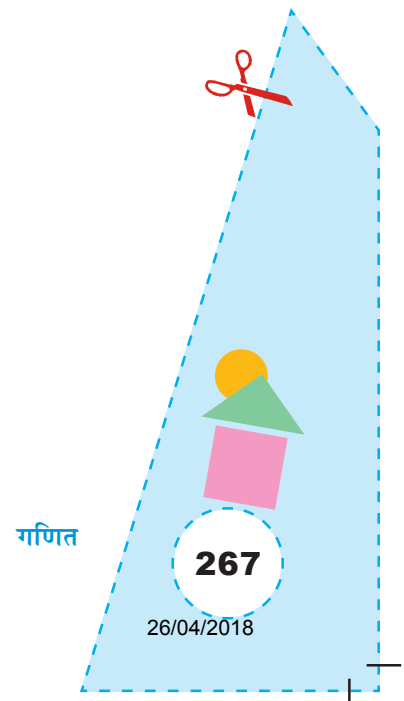
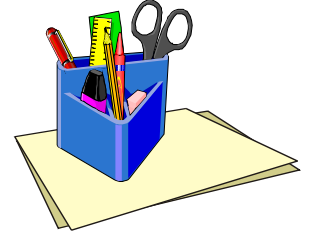
l = ..., b = ...,

अत:, $2\pi r = l$ = ..., $h = b$ = ...,

आयताकार कागज़ का क्षेत्रफल = $l \times b$ = ...

अत:, बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh$

अनुप्रयोग

इस परिणाम का उपयोग बेलनाकार पात्रों या बर्तनों, जैसे पाउडरों के टिन, ड्रम, औद्योगिक संस्थानों में तेल की टंकियाँ, छत के ऊपर पानी की टंकियाँ, इत्यादि बनाने में प्रयुक्त सामग्री का आकलन करने में किया जा सकता है।

क्रियाकलाप 85

उद्देश्य

यह सत्यापित करना कि समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ बराबर होती हैं।

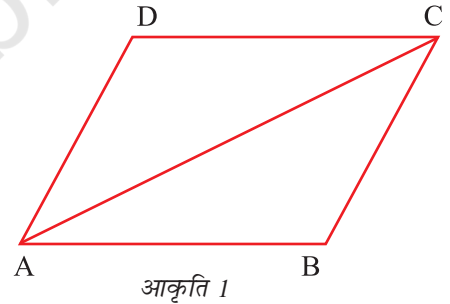
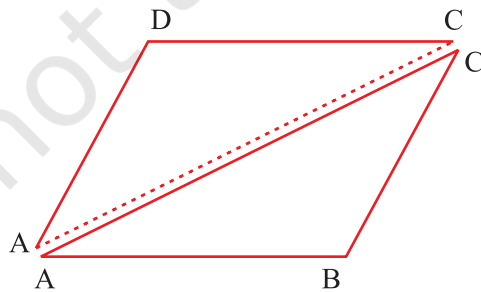
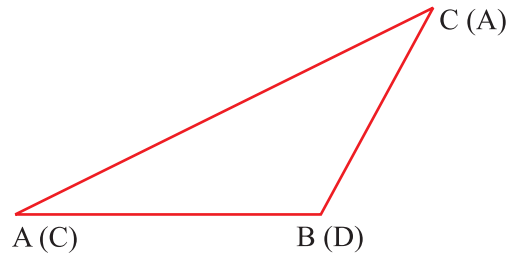
आवश्यक सामग्री

कार्डबोर्ड, कागज़ की सफ़ेद शीट, गोंद, कैंची, लाल स्केच पेन।

रचना की विधि

1. एक सुविधाजनक माप का कार्डबोर्ड लीजिए और उस पर एक सफ़ेद कागज़ चिपकाइए।
2. कागज़ की एक रंगीन शीट पर, दो सर्वसम समांतर चतुर्भुज बनाइए तथा इनमें से प्रत्येक को ABCD से नामांकित कीजिए। दोनों समांतर चतुर्भुजों में AC को मिलाइए। दोनों समांतर चतुर्भुजों को काटकर निकाल लीजिए।

आकृति 1

3. इनमें से एक समांतर चतुर्भुज को कार्डबोर्ड पर चिपकाइए (आकृति 1)।
4. दूसरे समांतर चतुर्भुज ABCD को आकृति 2 में दर्शाए अनुसार विकर्ण AC के अनुदिश काटिए, जिससे दो त्रिभुज ABC और ACD प्राप्त होते हैं।
5. आकृति 3 में दर्शाए अनुसार, त्रिभुज CDA को त्रिभुज ABC पर चिपकाइए।

आकृति 2 *आकृति 3*

प्रदर्शन

त्रिभुज CDA त्रिभुज ABC को ठीक-ठीक ढक लेता है।

Δ CDA का शीर्ष A, Δ ABC के शीर्ष C पर गिरता है।

Δ CDA का शीर्ष C, Δ ABC के शीर्ष A पर गिरता है।

Δ CDA का शीर्ष D, Δ ABC के शीर्ष B पर गिरता है।

यह दर्शाता है कि Δ ABC की भुजा AB, Δ CDA के भुजा DC के बराबर है तथा Δ ABC की भुजा BC, Δ CDA के भुजा AD के बराबर है।

इस प्रकार, समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ बराबर हैं।

प्रेक्षण

वास्तविक मापन द्वारा–

आकृति 1 में, समांतर चतुर्भुज ABCD की भुजा AB की लंबाई = _____

भुजा BC की लंबाई = _____ cm

भुजा CD की लंबाई = _____ cm

भुजा AD की लंबाई = _____ cm

आकृति 3 में, भुजा CD भुजा _____ को ढक लेती है।

भुजा DA भुजा _____ को ढक लेती है।

इस प्रकार,

AB = _________

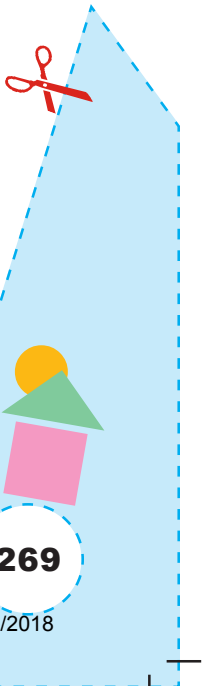
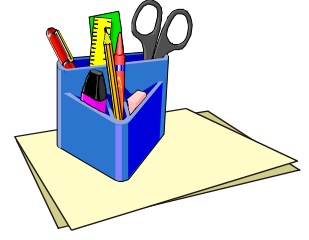
और BC = _________

अर्थात् समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ _________ हैं।

अनुप्रयोग

यह परिणाम अनेक ज्यामितीय समस्याओं को हल करने तथा साथ ही समांतर चतुर्भुजों की रचनाओं में भी उपयोगी है।

टिप्पणी

1. समांतर चतुर्भुज ABCD को विकर्ण BD के अनुदिश भी काटा जा सकता है।
2. इस क्रियाकलाप का प्रयोग यह सत्यापित करने के लिए भी किया जा सकता है कि समांतर चतुर्भुज के सम्मुख कोण बराबर होते हैं।

क्रियाकलाप 86

उद्देश्य

यह सत्यापित करना कि एक समांतर चतुर्भुज के आसन्न कोण संपूरक होते हैं।

आवश्यक सामग्री

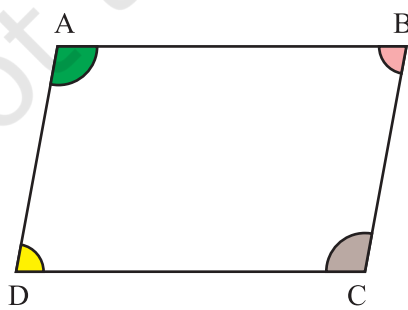
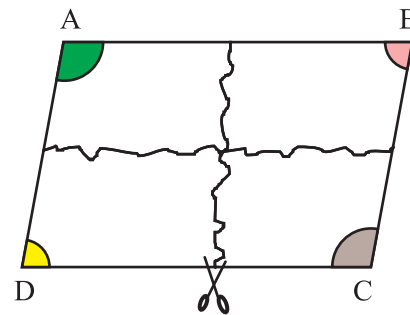
कार्डबोर्ड, रंगीन चिकना कागज़, ज्यामिति बॉक्स, पेंसिल, रंग, कैंची, गोंद, रबड़।

रचना विधि

1. एक सुविधाजनक माप का कार्डबोर्ड लीजिए और उस पर एक हल्के रंग का चिकना कागज़ चिपकाइए।
2. एक समांतर चतुर्भुज ABCD बनाइए और उसे कार्डबोर्ड पर चिपकाइए।
3. इस समांतर चतुर्भुज की एक ट्रेस प्रतिलिपि बनाइए।
4. समांतर चतुर्भुज ABCD के कोणों को इस प्रकार रंगिए कि कोण A और C एक ही रंग में हों तथा कोण B और D एक ही रंग में हों (आकृति 1)।
5. ट्रेस प्रतिलिपि में से कोणों को आकृति 2 में दर्शाए अनुसार काट लीजिए

आकृति 1

आकृति 2

26/04/2018

6. एक सरल रेखा l और उसके ऊपर दो बिंदु P और Q पर्याप्त दूरी पर लीजिए।
7. $\angle A$ और $\angle Q$ के कट आउटों को बिंदु P पर इस प्रकार रखिए कि इनके बीच में कोई रिक्तता न रहे (आकृति 3)।
8. $\angle B$ और $\angle C$ के कट आउटों को बिंदु Q पर इस प्रकार रखिए कि इनके बीच कोई रिक्तता न रहे (आकृति 3)।

आकृति 3

9. इसी प्रकार की व्यवस्था $\angle A$ और $\angle B$ तथा $\angle C$ और $\angle D$ को लेकर कीजिए।

प्रदर्शन

1. $\angle A$ और $\angle D$ एक ऋजु कोण बनाते हैं।
2. $\angle B$ और $\angle C$ एक ऋजु कोण बनाते हैं।
3. $\angle A + \angle D = 180°$

   $\angle B + \angle C = 180°$
4. $\angle A$ और $\angle B$ भी एक ऋजु कोण बनाते हैं तथा $\angle C$ और $\angle D$ भी एक ऋजु कोण बनाते हैं।
5. $\angle A + \angle B = 180°$

   $\angle C + \angle D = 180°$

प्रेक्षण

वास्तविक मापन द्वारा–

$\angle A$ = ____________

$\angle B$ = ____________

$\angle C$ = ____________

$\angle D$ = ____________

अतः, $\angle A + \angle D =$ __________, $\angle B + \angle C =$ ___________

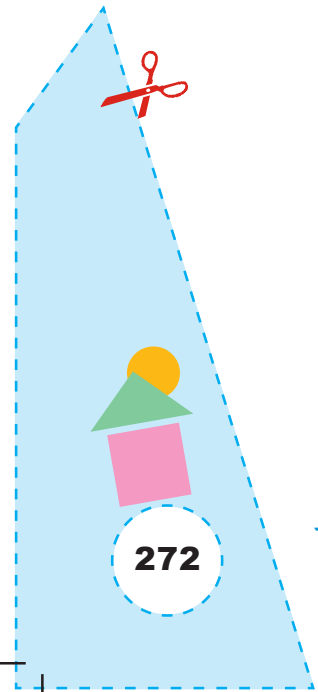
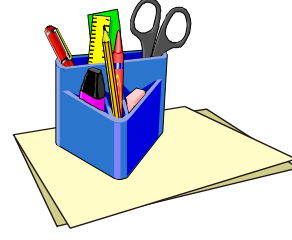
$\angle A + \angle B =$ __________, $\angle C + \angle D =$ ___________

अनुप्रयोग

1. इस क्रियाकलाप का प्रयोग यह सत्यापित करने में किया जा सकता है कि एक वर्ग, आयत तथा समुचतुर्भुज के आसन्न कोण संपूरक होते हैं।

2. इस क्रियाकलाप का प्रयोग यह सत्यापित करने में भी किया जा सकता है कि जब दो रेखाओं को एक तिर्यक रेखा प्रतिच्छेदन करती है, तो तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंतः कोण संपूरक होते हैं।

26/04/2018

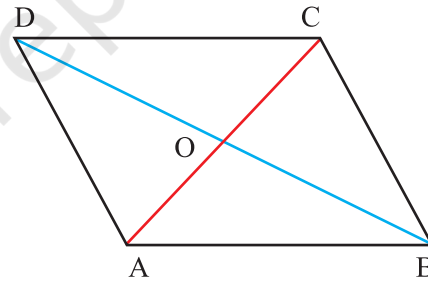
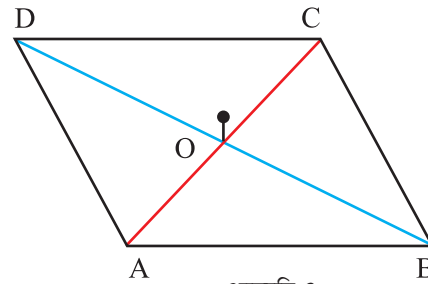
क्रियाकलाप 87

उद्देश्य

यह सत्यापित करना कि एक समांतर चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं।

आवश्यक सामग्री

कार्डबोर्ड, कागज़ की सफ़ेद शीट, गोंद, कैंची, ज्यामिति बॉक्स, रंगीन स्केच पेन, थम्ब पिन, मोटा ट्रेसिंग पेपर।

रचना की विधि

1. एक सुविधाजनक माप का कार्डबोर्ड लीजिए और उस पर एक सफ़ेद कागज़ चिपकाइए।
2. एक सफ़ेद कागज़ और एक मोटे ट्रेसिंग पेपर की सहायता से दो सर्वसम समांतर चुतुर्भुज बनाइए। इन्हें ABCD से नामांकित कीजिए। इनके विकर्णों AC और BC को अलग-अलग रंगों का प्रयोग करते हुए मिलाइए। मान लीजिए इनका प्रतिच्छेद बिंदु O है।
3. (सफ़ेद कागज़ पर बनाए गए) समांतर चतुर्भुज ABCD को कार्डबोर्ड पर चिपकाइए (आकृति 1)।
4. दूसरे समांतर चतुर्भुज ABCD (मोटे ट्रेसिंग पेपर पर बनाए गए) को पहले समांतर चुतुर्भुज के ऊपर O पर एक थम्ब पिन की सहायता से आकृति 2 में दर्शाए अनुसार लगा दीजिए।

आकृति 1

आकृति 2

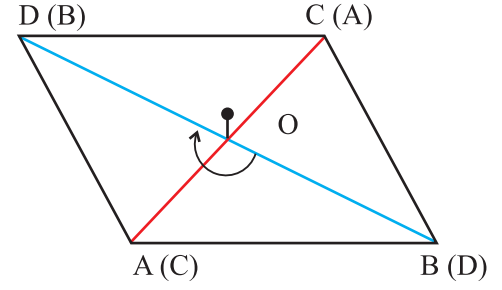
प्रदर्शन

1. ऊपरी समांतर चतुर्भुज को दक्षिणावर्त (या वामावर्त) दिशा में तब तक घुमाइए, जब तक कि वह पुनः दूसरे समांतर चतुर्भुज को ठीक-ठीक न ढक ले, जैसा आकृति 3 में दर्शाया गया है।

2. आकृति 3 से,

AO = OC

OB = OD

इस प्रकार, समांतर चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं।

आकृति 3

प्रेक्षण

वास्तविक मापन द्वारा–

आकृति 2 से,

OA = __________ OC = __________

OB = __________ OD = __________

AC = __________ AD = __________

$OA = \frac{1}{2}$ AC

$OB = \frac{1}{2}$ __________

आकृति 3 में, ऊपरी समांतर चतुर्भुज का OA निचले समांतर चतुर्भुज के ______ पर ठीक-ठीक गिरता है।

ऊपरी समांतर चतुर्भुज का OB निचले समांतर चतुर्भुज के _______ पर ठीक-ठीक गिरता है।

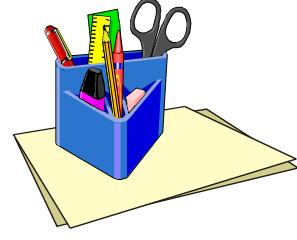
ऊपरी समांतर चतुर्भुज के OC और OD क्रमशः निचले समांतर चतुर्भुज के _______ और _______ ठीक-ठीक गिरते हैं।

इस प्रकार, समांतर चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर _______ करते हैं।

अनुप्रयोग

1. यह परिणाम समांतर चतुर्भुज से संबंधित अनेक ज्यामितीय समस्याओं को हल करने में उपयोगी है।

2. इसी क्रियाकलाप का प्रयोग समांतर चतुर्भुज के अन्य गुणों, जैसे, इसके सम्मुख कोण बराबर होते हैं, इसकी सम्मुख भुजाएँ बराबर होती हैं, को सत्यापित करने के लिए किया जा सकता है।

क्रियाकलाप 88

उद्देश्य

कार्डबोर्ड की विभिन्न पट्टियों का प्रयोग करते हुए, दो रैखिक बीजीय व्यंजकों (बहुपदों) का गुणा करना।

आवश्यक सामग्री

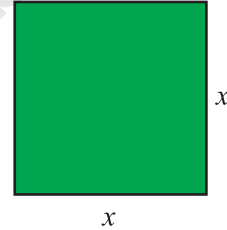
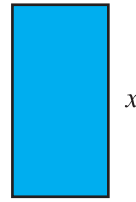
कार्डबोर्ड, रंगीन कागज़ (हरा, नीला और लाल), ज्यामिति बॉक्स, कटर, गोंद, स्केच पेन।

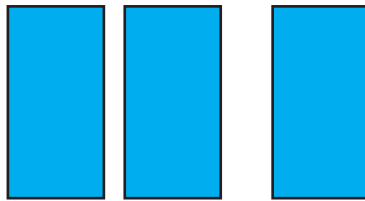
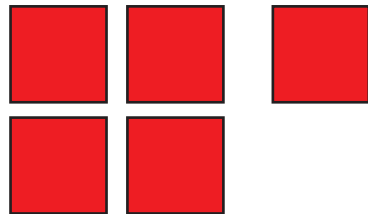
रचना की विधि

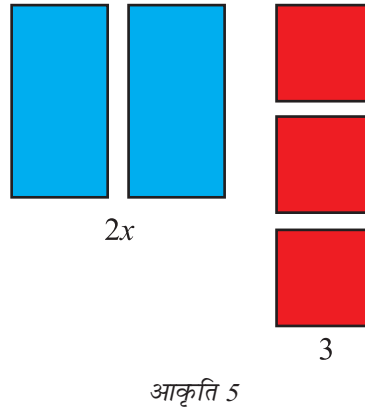
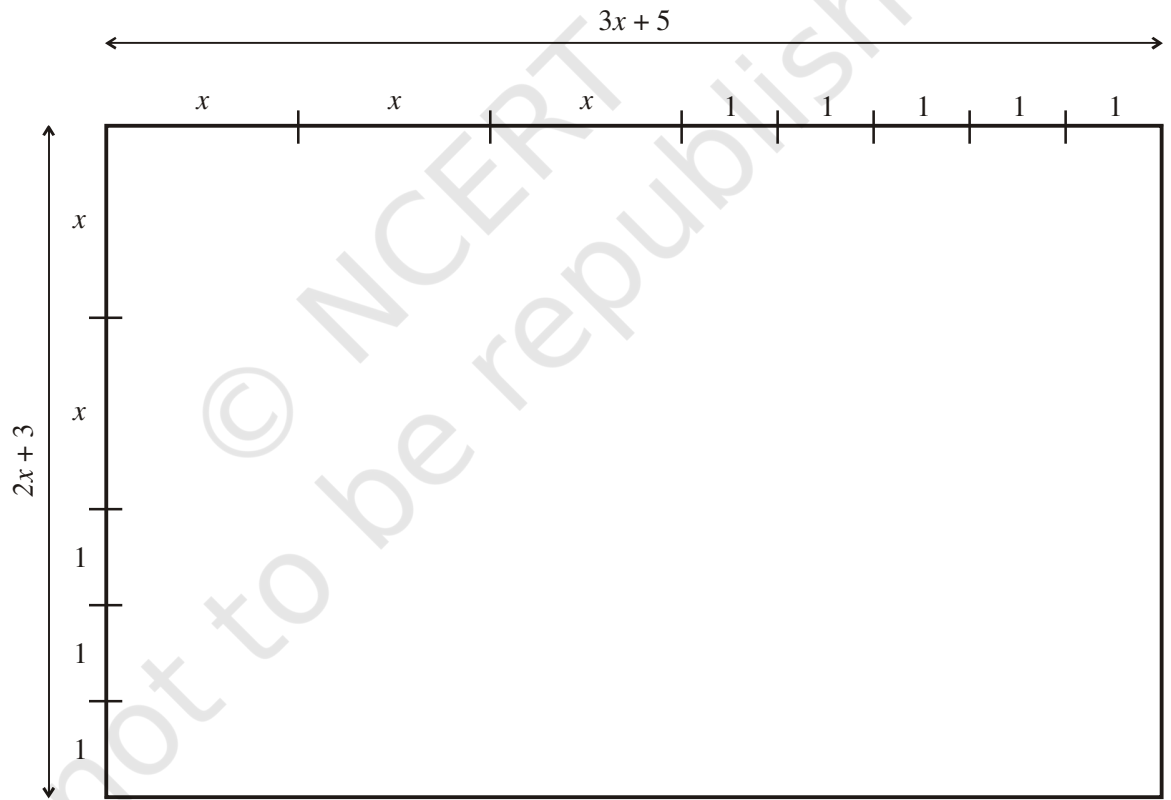
1. कार्डबोर्ड के तीन टुकड़े लीजिए तथा उन पर रंगीन कागज़ चिपकाइए– एक पर हरा, दूसरे पर नीला तथा तीसरे पर लाल।

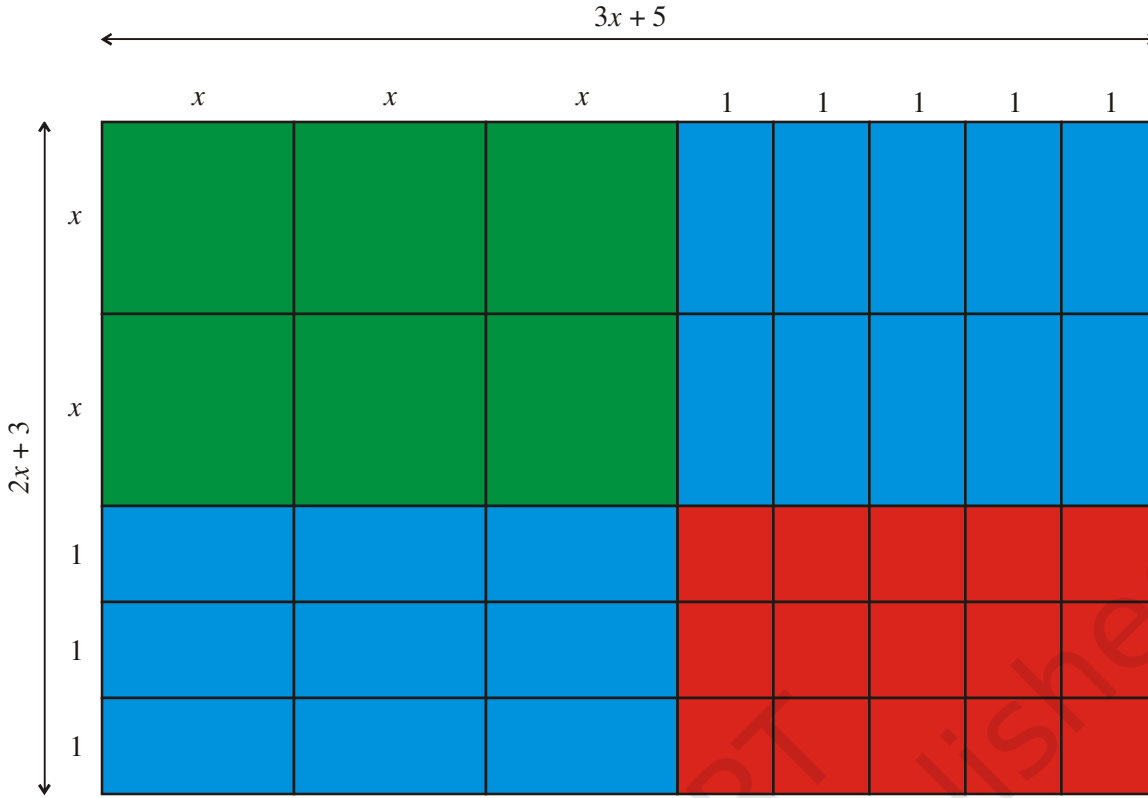
2. हरे कागज़ पर भुजा x इकाई वाले बहुत बड़ी संख्या में वर्ग बनाइए तथा उन्हें काट लीजिए (आकृति 1)।

आकृति 1

3. इसी प्रकार, नीले कागज़ पर विमाओं x इकाई × 1 इकाई वाले अनेक आयत बनाइए तथा लाल कागज़ पर विमाओं 1 इकाई × 1 इकाई वाले अनेक वर्ग बनाइए (आकृति 2 और आकृति 3)।

आकृति 2 *आकृति 3*

प्रदर्शन

1. बीजीय व्यंजक $3x + 5$, को निरूपित करने के लिए, पट्टियों को आकृति 4 में दर्शाए अनुसार व्यवस्थित कीजिए–

आकृति 4

2. चरण 1 की ही तरह, बीजीय व्यंजक $2x + 3$, को आकृति 5 में दर्शाए अनुसार निरूपित कीजिए।

आकृति 5

3. एक आयत बनाइए जिसकी लंबाई $3x + 5$ हो तथा चौड़ाई $2x + 3$ हो (आकृति 6)।

आकृति 6

4. चरण 1 और 2 में प्राप्त पट्टियों को आकृति 6 के आयत में आकृति 7 में दर्शाए अनुसार व्यवस्थित कीजिए।

आकृति 7

आकृति 6 में, आयत का क्षेत्रफल $= l \times b = (3x + 5)\ (2x + 3)$

आकृति 7 में, पट्टियों का क्षेत्रफल $= 6x^2 + 19x + 15$

अतः, $(3x + 5)\ (2x + 3) = 6x^2 + 19x + 15$

इसी प्रकार, कुछ अन्य बीजीय व्यंजकों के युग्मों के गुणनफल ज्ञात कीजिए।

प्रेक्षण

1. आकृति 6 में, आयत का क्षेत्रफल = (3*x* + 5) × (____ + ____)
2. आकृति 7 में,
   (a) हरी पट्टियों की संख्या = ________
   (b) नीली पट्टियों की संख्या = ________
   (c) लाल पट्टियों की संख्या = ________
   (d) निरूपित बीजीय व्यंजक = ________
3. इस प्रकार, (3*x* + 5) (2*x* + 3) =
   = ____ x^2 + _____ *x* + _____

अनुप्रयोग

यह क्रियाकलाप दो रैखिक बीजीय व्यंजकों के गुणन की अवधारणा को स्पष्ट करने के लिए उपयोगी है।